Cognitive Structure Trajectory in Developing Limit Consept Learning in Senior High School

by Simin Simin

Submission date: 29-May-2022 11:30PM (UTC-0500)
Submission ID: 1846919322
File name: 1._Artikel_Simin,_M._Rif_at,_dan_Evi_untuk_Jurnal_Al_Ishlah.docx (395.59K)
Word count: 3516
Character count: 21734

Contents list avaliable at Directory of Open Access Journals (DOAJ)
Al-Ishlah: Jurnal Pendidikan
ISSN: 2087-9490 (Printed); 2597-940X (Online)
Journal Homepage: http://www.journal.staihubbulwathan.id/index.php/alishlah

Cognitive Structure Trajectory in Developing Limit Consept Learning in Senior High School

Simin[1], Mohamad Rif'at[2], Evi Noviani[3]
DOI:

Info Artikel

Keywords:
Limit Consept
Mathematics
Learning
Cognitive Structure
Trajectory

Abstract

Learning the concept of limit is currently identified as not paying attention to the trajectory of students' cognitive structures. This study aims to explore the trajectory of cognitive structures in learning the concept of limits. This study uses qualitative methods, descriptive analysis type in exploring the trajectory of cognitive structures in learning the concept of limits. This study focuses on trajectory analysis of cognitive structures in making conclusions for the development of teaching materials in learning the concept of limits. The research subjects were students of class XI science and class XII science in the 2021/2022 academic year at SMAN 1 Sanggau Regency, and students in class XI science in the 2021/2022 academic year at Gembala Baik High School Pontianak. The object of research is the trajectory of students' cognitive structures in learning the concept of limits. The results showed that all students (14 students) could solve the limit of a continuous polynomial function in the form of a linear function and a quadratic function. The trajectory that appears in solving the limit of a linear function and the limit of a quadratic function generally uses substitution. There is only 1 student each who uses the properties of the limit function and graph trajectory in solving these two types of problems. Further researchers can explore students' misconceptions in the limit of functions that can be captured through problems with solutions using substitution. Teaching the concept of limit function in SMA is suggested to use graphs and tables, to develop the learning process.

Kata kunci:
Konsep Limit
Matematika
Pembelajaran
Struktur Kognitif
Trayektori

Abstrak

Pembelajaran konsep limit saat ini teridentifikasi belum memperhatikan trayektori struktur kognitif siswa. Penelitian ini bertujuan untuk menggali trayektori struktur kognitif dalam belajar konsep limit. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif, berjenis analisis deskriptif dalam menggali trayektori struktur kognitif dalam belajar konsep limit. Penelitian ini berfokus pada analisis trayektori struktur kognitif dalam membuat kesimpulan untuk pengembangan bahan ajar dalam pembelajaran konsep limit. Subjek penelitian adalah siswa kelas XI IPA dan kelas XII IPA tahun ajaran 2021/2022 SMAN 1 Kabupaten Sanggau, dan siswa kelas XI IPA tahun ajaran 2021/2022 SMA Gembala Baik Pontianak. Objek penelitian adalah trayektori struktur kognitif siswa dalam belajar konsep limit. Hasil penelitian menunjukan bahwa semua siswa (14 siswa) dapat menyelesaikan limit fungsi polinomial yang kontinu berbentuk fungsi linear dan fungsi kuadrat. Trayektori yang muncul dalam

[1] Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia
Email: f21812010001@student.untan.ac.id
2 Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia
Email: mohammad.rifat@fkip.untan.ac.id
3 Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia
Email: evi_noviani@math.untan.ac.id

Volume;issue;month;year
Received date month year; Received in revised form date month year; Accepted date month year; Available online date month year
This is an open access article under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

penyelesaian limit fungsi linear maupun limit fungsi kuadrat pada umumnya menggunakan substitusi. Hanya terdapat masing-masing 1 siswa yang menggunakan sifat-sifat limit fungsi dan trayektori grafik dalam menyelesaikan kedua jenis soal tersebut. Peneliti selanjutnya dapat menggali miskonsepsi siswa dalam limit fungsi yang dapat dijaring melalui soal-soal dengan penyelesaian menggunakan substitusi. Pengajaran konsep limit fungsi di SMA disarankan untuk menggunakan grafik dan tabel, untuk mengembangkan proses pembelajaran.

PENDAHULUAN

Trayektori struktur kognitif dalam mengembangkan pembelajaran konsep limit di Sekolah Menengah Atas (SMA) merupakan alur struktur kognitif yang digunakan untuk mengembangkan pembelajaran konsep limit di SMA. Catarreira, S., M. et al. (2017) menyatakan bahwa trayektori pembelajaran terjadi dalam pikiran masih merupakan teka-teki terbesar dalam dunia pendidikan. Mereka juga menyatakan bahwa sebagian besar konsep yang ada dalam struktur kognitif tidak hanya dikaitkan dengan definisi formal, tetapi juga melalui berbagai gambaran mental pribadi ketika individu membangkitkan suatu konsep (Catarreira, S., M. et al., 2017). Sementara, Widada (2016) menyatakan bahwa dalam teori kognitif, siswa dipandang sebagai individu pengolah informasi aktif, sehingga ia dapat menyajikan informasi yang bersesuaian dengan tingkat pengetahuannya dan menjadikan informasi yang didapat sebagai representasi dari struktur pengetahuan.

Terdapat jenis pembelajaran seperti pembelajaran stimulus-respons yang merupakan prasyarat untuk jenis lain misalnya, pembelajaran diskriminasi, pembelajaran konsep, pembelajaran aturan, dan terakhir, pemecahan masalah. Untuk topik tertentu, atau domain tertentu dalam matematika, dapat dikumpulkan dalam "hierarki pembelajaran" untuk memfasilitasi pembelajaran keterampilan tingkat yang lebih tinggi, yang kemudian menentukan "rute pembelajaran" yang merupakan bentuk awal dari trayektori pembelajaran. Suatu masalah matematika dapat diselesaikan secara berbeda oleh siswa pada struktur kognitif atau pola berpikir yang berbeda (dapat dipisahkan) dalam trayektori pembelajaran. Struktur kognitif menggambarkan siswa memikirkan suatu topik (bagaimana dan mengapa), termasuk aktivitas kognitif pada objek yang membentuk pemikiran itu (Clements, D., 2011).

Salah satu prinsip dan standar untuk matematika sekolah dalam NCTM adalah *The Learning Principle* atau prinsip pembelajaran dimana siswa semestinya belajar matematika melalui pemahaman, secara aktif membentuk pengetahuan baru dengan menggunakan pengetahuan dan pengalaman sebelumnya (NCTM, 2000). Kenyataannya belajar matematika dengan pemahaman diabaikan dan telah lama menjadi hasil umum dari instruksi matematika sekolah, belajar matematika tanpa pemahaman telah menjadi persoalan yang terus-menerus, dan telah menjadi subjek dari berbagai penelitian dan diskusi oleh pendidik dan psikolog selama bertahun-tahun.

Kekeliruan tentang konsep limit dan hambatan kognitif dalam proses pembelajaran sering terjadi dan sulit untuk diatasi bahkan berlanjut pada jenjang yang lebih tinggi. Studi tentang pemahaman siswa mengenai tiga konsep dasar limit menunjukan ada perbedaan pendapat tentang konsep limit tersebut. Siswa memperlakukan kasus limit sebagai bagian yang terpisah, terdapat siswa yang dapat menarik koneksi namun sering melakukannya dengan cara yang bertentangan dengan matematika formal, dan tidak ada siswa yang memiliki kerangka pengorganisasian pemersatu untuk tiga konsep dasar limit tersebut. Tiga konsep dasar tentang limit yang dimaksud adalah: limit dari suatu barisan $\lim_{n\to\infty} a_n$, limit suatu fungsi pada titik tertentu $\lim_{x\to x_0} f(x)$, dan limit suatu fungsi di tak hingga $\lim_{n\to\infty} f(x)$ (Caifen et al., 2018).

Pemahaman tentang konsep limit pada fungsi $\lim_{x\to} f(x)$, dengan a sebuah bilangan real (dinotasikan a ∈ R) dan f merupakan sebuah fungsi, dibaca **limit dari f(x) dengan x mendekati a**. Hal yang perlu diperhatikan adalah pengertian dari mendekati yang bermakna **pendekatan**, dan

penggunaan simbol limit hanya dalam konteks limit. Notasi $\lim_{x \to a}$ dapat dikatakan sebagai **operator limit**, yang diterapkan pada fungsi f. Jadi $\lim_{x \to a} f(x)$ adalah bilangan real pada f(x) sebagai hasil dari operasi x mendekati a, dengan catatan jika hasil operasinya **ada** bilangan real tertentu.

Jika **ada** nilai f(x) dengan operasi limit x mendekati a, maka nilai tersebut dinyatakan dengan L (sebagai nilai limit). Sehingga dikatakan nilai limit suatu fungsi ada ditulis $\lim_{x \to a} f(x) = \mathrm{L}$, yang artinya f(x) mendekati L karena hasil operasi limit x mendekati a. Selanjutnya jika nilai limit suatu fungsi adalah tak hingga (∞) atau tak hingga negatif (-∞), masing-masing ditulis $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$; $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$.

Dalam keadaan tertentu nilai limit suatu fungsi **tidak ada** ketika x mendekati a, misalnya $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$, jika ditelusuri akan ada dua nilai limit yaitu ∞ atau -∞, tentunya nilai-nilai tersebut tidak bisa menjadi jawaban nilai limit karena nilai limit adalah tunggal, dan dikatakan $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$ = **tidak ada**.

Berdasarkan analisis hasil pekerjaan siswa SMA dalam menyelesaikan soal konsep limit, terlihat bahwa umumnya trayektori siswa menyelesaikan limit langsung dengan cara mensubstitusikan nilai x ke fungsi f(x). Selanjutnya terdapat siswa yang menyelesaikan persoalan konsep limit dengan trayektori pendekatan limit kanan dan limit kiri, ada yang telah menggunakan trayektori tabel atau grafik. Siswa juga sudah dapat memahami bahwa tak hingga (∞) dan tak hingga negatif (-∞) adalah dua nilai yang berbeda.

Dari hasil penyelidikan diatas ternyata trayektori struktur kognitif setiap siswa adalah berbeda dan dapat memberikan jawaban yang benar juga jawaban yang keliru. Oleh karena itu perlu digali berbagai trayektori dalam belajar konsep limit. Cara menggali trayektori struktur kognitif dalam belajar adalah dengan memperbanyak soal, membuat soal yang bervariasi dengan berbagai model yang berbeda, dan menginventarisasi berbagai trayektori yang muncul, serta menguji trayektori tersebut.

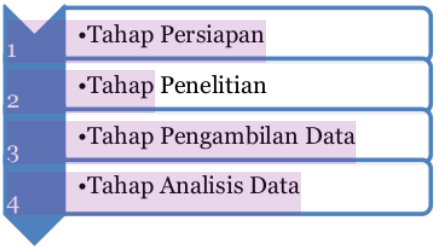
Pembelajaran konsep limit saat ini teridentifikasi belum memperhatikan trayektori struktur kognitif siswa, berdasarkan pengamatan peneliti dari berbagai RPP yang digunakan selama ini. Semestinya pembelajaran perlu tersusun berdasarkan trayektori struktur kognitif, dapat memberi guru kerangka kerja, sumber daya dan alat yang dibutuhkan untuk mengubah pengetahuan konten pedagogis dari konsep menjadi bagian operasional dalam praktik pengajaran. Rumusan masalah diungkapkan sebagai berikut: "Bagaimanakah trayektori struktur kognitif dalam belajar konsep limit?". Batasan masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah terbatas pada trayektori struktur kognitif siswa dalam belajar konsep limit pada siswa kelas XI IPA dan kelas XII IPA tahun ajaran 2021/2022 SMAN 1 Kabupaten Sanggau, dan siswa kelas XI IPA tahun ajaran 2021/2022 SMA Gembala Baik Pontianak. Tujuan penelitian dideskripsikan untuk menggali trayektori struktur kognitif dalam belajar konsep limit.

Manfaat-manfaat penelitian ini dapat dijadikan suplemen pembelajaran konsep limit saat ini dan beberapa dekade ke depan, karena dalam proses pembelajaran dengan memperhatikan trayektori struktur kognitif unggul dalam meningkatkan pemahaman, pengembangan dan keterampilan matematika. Manfaat lainnya adalah dapat dijadikan proyek latihan pengajaran di era ini.

METODE

Penelitian ini menggunakan metode kualitatif, berjenis analisis deskriptif dalam menggali trayektori struktur kognitif dalam belajar konsep limit (Ahyar et al., 2020). Sebagai penelitian deskriptif, penelitian ini berfokus pada analisis trayektori struktur kognitif dalam membuat kesimpulan untuk pengembangan bahan ajar dalam pembelajaran konsep limit. Subjek penelitian adalah siswa kelas XI IPA dan kelas XII IPA tahun ajaran 2021/2022 SMAN 1 Kabupaten Sanggau, dan siswa kelas XI IPA tahun ajaran 2021/2022 SMA Gembala Baik Pontianak. Objek penelitian

adalah trayektori struktur kognitif siswa dalam belajar konsep limit. Prosedur penelitian digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1. Prosedur Penelitian

Ditahap persiapan, peneliti merumuskan masalah, mengkaji pustaka, memilih lapangan penelitian, membuat jadwal penelitian, menetapkan alat penelitian, membuat agenda pengumpulan data, merancang prosedur untuk analisis data, dan merancang perlengkapan yang dibutuhkan dalam penelitian. Tahap penelitian, peneliti melakukan survei dan mengamati lapangan penelitian apakah benar-benar dapat dipakai sebagai tempat untuk penelitian. Tahap selanjutnya, peneliti melakukan survei untuk mengenal peta keragaman siswa. Kemampuan yang diamati adalah kemampuan siswa dalam berkomunikasi dengan ide/gagasan dan kemampuan siswa dalam merefleksi.

Tahap pengambilan data, sumber data didapatkan dari hasil tes tentang konsep limit dengan istrumen yang sudah ditentukan. Peneliti memilah jawaban siswa, selanjutnya peneliti melakukan analisis berdasarkan jawaban hasil tes untuk mendapatkan berbagai trayektori struktur kognitif dalam menyelesaikan soal limit. Tahap analisis data, peneliti menyusun deskripsi struktur kognitif konsep limit siswa. Struktur-struktur yang terkumpul selanjutnya dianalisis untuk mengklarifikasi trayektori struktur kognitif dalam belajar konsep limit.

Data didapat dan dikumpulkan melalui tes tertulis berupa pertanyaan essay. Dengan pemilihan tes tersebut peneliti bermaksud mengungkap secara spesifik dan mengidentifikasi trayektori struktur kognitif dalam belajar konsep limit.

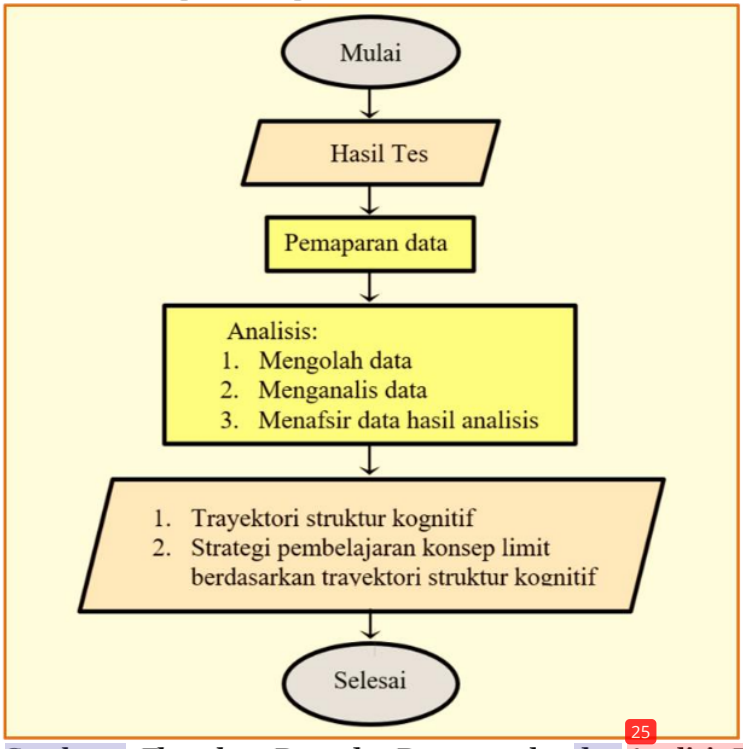
Instrumen penelitian ini dibuat dan digunakan untuk mengumpulkan data dalam menggali trayektori struktur kognitif siswa dalam belajar konsep limit. Instrumen yang dipilih adalah instrumen tes berbentuk soal essay. Instrumen tes terdiri atas 8 soal essay mengenai limit fungsi aljabar dengan karakteristik tertentu, kemudian soal dipilih dan diambil dari berbagai penelitian yang berkaitan dan bersesuaian dengan penelitian ini. Karakteristik instrumen penelitian disajikan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Karakteristik Instrumen Penelitian

Karakteristik Instrumen	Deskripsi	Alasan	Banyak soal
Limit fungsi kontinu.	Limit fungsi polinomial yang berbentuk linear.	Dapat diselesaikan dengan menggunakan berbagai trayektori, yaitu: intuisi, grafik, tabel, sifat-sifat limit fungsi, dan substitusi.	1
	Limit fungsi polinomial yang berbentuk kuadrat.	Dapat diselesaikan dengan menggunakan berbagai trayektori, yaitu: intuisi, grafik, tabel, sifat-sifat limit dan substitusi.	1
	Limit fungsi rasional yang kontinu, dengan implementasi definisi limit menuju tak hingga.	Dapat diselesaikan dengan menggunakan berbagai trayektori, yaitu: intuisi, grafik, tabel, dan aljabar.	1

Karakteristik Instrumen	Deskripsi	Alasan	Banyak soal
Limit fungsi diskontinu.	Limit fungsi rasional yang diskontinu pada titik tertentu, dengan implementasi definisi limit menuju tak hingga.	Dapat diselesaikan dengan menggunakan berbagai trayektori, yaitu: intuisi, grafik, tabel, dan aljabar.	1
	Limit fungsi rasional yang diskontinu pada titik tertentu, dengan implementasi sifat limit: $\lim_{x\to c} f(x)$ **ada** jika dan hanya jika $\lim_{x\to c^-} f(x) = \lim_{x\to c^+} f(x)$	Dapat dijelaskan dengan menggunakan berbagai trayektori, yaitu: intuisi, grafik, dan tabel.	2
	Limit fungsi diskontinu yang ditentukan dengan syarat tertentu, dengan implementasi sifat limit: $\lim_{x\to c} f(x)$ **ada** jika dan hanya jika $\lim_{x\to c^-} f(x) = \lim_{x\to c^+} f(x)$	Dapat dijelaskan dengan menggunakan berbagai trayektori, yaitu: intuisi, grafik, dan tabel.	2

Analisis data dilakukan secara deskriptif kualitatif dan disajikan secara sistematis. Diagram alur proses analisis data dapat dilihat pada Gambar 2 berikut:



Gambar 2. *Flowchart* Prosedur Pengumpulan dan Analisis Data

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Siswa sebagai subjek penelitian ditentukan oleh masing-masing Kepala Sekolah bersama guru mata pelajaran matematika, sehingga bersesuaian dengan penelitian. Siswa yang menjadi subjek disajikan pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Sebaran Sumber Siswa sebagai Subjek Penelitian

Subjek	Alamat Sekolah	No. Siswa	Banyak Siswa
Siswa kelas XI IPA tahun ajaran 2021/2022	SMAN 1, Kabupaten Sanggau	A11, A12, A13, A14	4
Siswa kelas XII IPA tahun ajaran 2021/2022	SMAN 1, Kabupaten Sanggau	A21, A22, A23, A24	4
Siswa kelas XI IPA tahun ajaran 2021/2022	SMA Gembala Baik, Pontianak	B11, B12, B13, B14, B15 ,B16	6

Bangunan trayektori struktur kognitif siswa dalam menyelesaikan soal limit fungsi aljabar diperoleh dari 8 soal. Kedelapan soal tersebut adalah baku dari berbagai penelitian terkait (Juter, 2006; Juter, 2007; Pulungan, 2018) dan dari buku Kalkulus (Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon, 2010). Soal-soal tersebut disajikan pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Soal menurut Sumber

Soal (Instrumen Penelitian)	Sumber	Alasan	Karakteristik/Atribut (Validitas Wajah)
1. Tentukan nilai $\lim_{x\to 3}(2x+3)$	(Juter, 2006)	Soal mempunyai kecocokan dengan penelitian ini.	Fungsi $f(x) = 2x + 3$ merupakan fungsi linear dengan dua suku yang bentuk umumnya adalah $f(x) = ax + b$; $a \neq 0$, fungsi ini kotinu pada bilangan real R.
2. Tentukan nilai $\lim_{x\to -2}(x^2+2x-1)$	Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010).	Soal mempunyai kecocokan dengan penelitian ini.	Fungsi $f(x) = x^2 + 2x - 1$ merupakan fungsi kuadrat yang bentuk umumnya adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$, fungsi ini kotinu pada bilangan real R.
3. Tentukan nilai $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2+1}$	(Juter, 2007)	Soal mempunyai kecocokan dengan penelitian ini.	Fungsi $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ adalah fungsi rasional yang kotinu pada bilangan real R.
4. Tentukan nilai $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-2}{x^3+1}$	Juter (2006).	Soal mempunyai kecocokan dengan penelitian ini.	Fungsi $f(x) = \frac{x^3-2}{x^3+1}$ adalah fungsi rasional yang diskotinu di x = -1.
5. Tentukan nilai $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$	Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010).	Soal mempunyai kecocokan dengan penelitian ini.	Fungsi $f(x) = \frac{1}{x}$ adalah fungsi rasional yang diskotinu di x = 0.
6. Tentukan nilai $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x}{x^2-1}$	Juter (2006).	Soal mempunyai kecocokan	Fungsi $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-1}$ adalah fungsi rasional yang diskotinu di

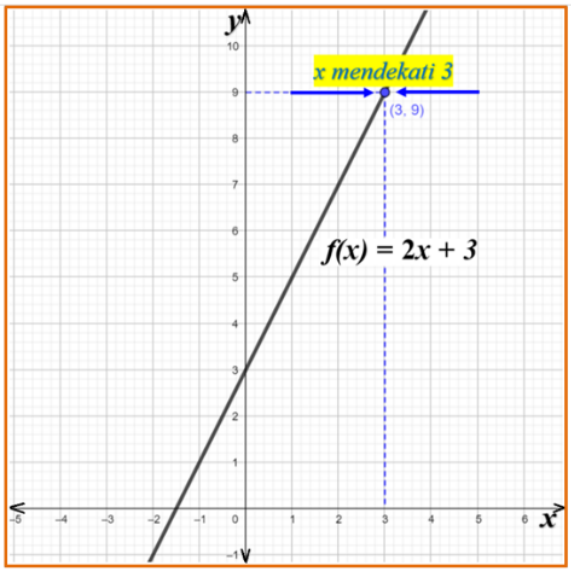
Soal (Instrumen Penelitian)	Sumber	Alasan	Karakteristik/Atribut (Validitas Wajah)
		dengan penelitian ini.	$x = 1$.
7. Fungsi f dinyatakan dengan: $f(x) = \begin{cases} x \text{ untuk } 0 \le x < 1 \\ x+1 \text{ untuk } x \ge 1 \end{cases}$ Selidiki: $\lim_{x \to 1} f(x)$!	Pulungan (2018).	Soal mempunyai kecocokan dengan penelitian ini.	Fungsi $f(x)$ yang telah ditentukan dengan syarat, fungsi ini diskontinu di x=1.
8. Diketahui: $f(x) = \begin{cases} 3 \text{ untuk } x = 1 \\ x+1 \text{ untuk } x \ne 1 \end{cases}$ Tentukan nilai $\lim_{x \to 1} f(x)$!	Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010).	Soal yang bersesuaian dengan materi limit fungsi diskontinu yang mempunyai kecocokan dengan penelitian ini.	Fungsi $f(x)$ yang telah ditentukan dengan syarat, fungsi ini diskontinu di x=1.

Deskripsi Penyelesaian Soal No.1

Pertanyaan $\lim_{x \to 3} (2x + 3)$ dapat diartikan $\lim_{x \to 3} f(x)$ dengan fungsi $f(x) = 2x + 3$. Dalam hal ini fungsi $f(x) = 2x + 3$ merupakan fungsi linear dengan dua suku yang bentuk umumnya adalah $f(x) = ax + b$; $a \ne 0$, fungsi ini adalah fungsi kotinu pada bilangan real R.

Penyelesaian pertanyaan $\lim_{x \to 3} (2x + 3)$, intuisinya adalah bahwa x dekat dengan 3 tetapi tidak sama dengan 3 artinya limit x mendekati 3, bermakna 3 tersebut dapat didekati dari kiri maupun kanan sehingga didapatkan limit fungsi $f(x)$ di 3, maka $f(x)$ dekat ke 9 dan dikatakan nilai limitnya sama dengan 9 dan ditulis $\lim_{x \to 3} (2x + 3) = 9$. Jawaban 9 ini adalah benar karena berdasarkan definisi limit yakni jika x mendekati nilai 3 maka harus ada satu nilai limit yang tunggal di R pada fungsi $f(x)$.

Perhatikan **Grafik 1.**, panah biru menunjukkan nilai x mendekati 3, keadaan ini menunjukkan nilai $\lim_{x \to 3} (2x + 3)$ adalah 9.



Grafik 1. Penyelesaian Soal No.1

Berikut tabel $f(x) = 2x + 3$ dalam menentukan nilai $\lim_{x \to 3} f(x)$.

Tabel 4. Penyelesaian Soal No.1

x makin mendekati 3 dari kiri → ← *x makin mendekati 3 dari kanan*

x	2,9	2,99	2,999	2,9999	…	3	…	3,0001	3,001	3,01	3,1
$f(x)$	8,8	8,98	8,998	8,9998	…	9	…	9,0002	9,002	9,02	9,2

→ *f(x) makin mendekati 9* ← *f(x) makin mendekati 9*

Perhatikan nilai x dari 2,9 makin mendekati 3, nilai fungsi f(x) semakin mendekati 9, demikian juga untuk nilai x dari 3,1 makin mendekati 3 nilai fungsi f(x) juga semakin mendekati 9, sehingga di katakan $\lim_{x \to 3} (2x + 3) = 9$.

Penyelesaian soal $\lim_{x \to 3} (2x + 3)$ dapat diselesaikan dengan menggunakan "sifat-sifat limit fungsi aljabar" sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \lim_{x \to 3} (2x + 3) &= \lim_{x \to 3} (2x) + \lim_{x \to 3} 3 \\ &= 2. \lim_{x \to 3} x + \lim_{x \to 3} 3 \\ &= 2.3 + 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $\lim_{x \to 3} (2x + 3) = 9$.

Selanjutnya adalah penyelesaian $\lim_{x \to 3} (2x + 3)$ dengan mensubstitusikan nilai $x = 3$, $\lim_{x \to 3} (2x + 3) = 2.3 + 3 = 9$. Secara umum dikatakan jika $x = c$ (limit x di c) disubstitusikan ke fungsi $f(x)$ akan bernilai tertentu ($f(c) = L$) sehingga $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$ (Manullang et al., 2017; Loc, N. et al., 2019).

Berbagai cara penyelesaian soal $\lim_{x \to 3} (2x + 3)$ ditemukan peneliti sampai saat ini dan memang disajikan untuk satu pendidikan tingkat SMA/sederajat sampai perguruan tinggi. Cara penyelesaian seperti itu, oleh banyak penulis buku dinamakan penyelesaian intuitif (Arnellis et al., 2019).

Tabel 5. Cara Penyelesaian Soal No.1 dari Berbagai Sumber

Soal (Instrumen Penelitian)	Sumber	Penjelasan	Kata Kunci
$\lim_{x\to 3}(2x+3)=9$	(Manullang et al., 2017), Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010)	Dengan cara mengambil nilai x dekat dengan 3 tapi tidak sama dengan 3 maka $f(x)$ mendekati 9.	Intuisi
	(Manullang et al., 2017), Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010)	Mengkonstruksi grafik, memvisualisasikan fungsi $f(x)$ dalam menyelesaikan $\lim_{x\to 3}(2x+3)=9$.	Grafik
	(Manullang et al., 2017), Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010)	Membuat tabel fungsi $f(x)$ untuk melihat pola dan memperjelas informasi dalam menyelesaikan $\lim_{x\to 3}(2x+3)=9$.	Tabel
	(Manullang et al., 2017), Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010)	Menggunakan "sifat-sifat limit fungsi aljabar" dalam menyelesaikan $\lim_{x\to 3}(2x+3)=9$.	Sifat-sifat Limit
	(Juter, 2006), (Manullang et al., 2017), Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon (2010)	Dengan mengganti x dengan 3 didapatkan $\lim_{x\to 3}(2x+3)=2.3+3=9$	Substitusi

Dari seluruh jawaban yang dikerjakan siswa secara umum hanya terdapat 6% (5 jawaban siswa) yang menjawab soal dengan trayektori grafik, padahal semua instrumen dapat dikerjakan dengan menggunakan grafik. Grafik dapat digunakan untuk membantu memahami situasi, sangat berguna ketika perlu mengidentifikasi kontinuitas dan jenis diskontinuitas dari suatu fungsi. Grafik dapat memberikan wawasan dan menghasilkan jawaban yang valid secara konseptual (Aisyah, 2006).

Jawaban siswa dengan menggunakan tabel ada sebanyak 14% (12 jawaban siswa) saja, padahal semua instrumen soal juga dapat dikerjakan dengan menggunakan tabel. Tabel yang dibuat dengan perkiraan numerik sangat berguna dalam memahami suatu situasi. Penggunaan tabel untuk menentukan limit fungsi juga menghasilkan jawaban yang valid secara konseptual.

Pada umumnya siswa menyelesaikan soal dengan cara substitusi, namun terdapat kasus atau soal tertentu substitusi tidak bisa langsung digunakan (Nurdiyanto et al., 2019). Penggunaan substitusi dipaksakan secara langsung untuk kasus tertentu akan menghasilkan jawaban yang memunculkan miskonsepsi siswa. Demikian juga strategi aljabar dan penggunaan sifat-sifat limit fungsi yang hanya dapat digunakan dalam menyelesaikan soal limit fungsi pada kasus dan kondisi tertentu.

SIMPULAN

Semua siswa (14 siswa) dapat menyelesaikan limit fungsi polinomial yang kontinu berbentuk fungsi linear dan fungsi kuadrat. Trayektori yang muncul dalam penyelesaian limit fungsi linear maupun limit fungsi kuadrat pada umumnya menggunakan substitusi. Hanya terdapat masing-

masing 1 siswa yang menggunakan sifat-sifat limit fungsi dan trayektori grafik dalam menyelesaikan kedua jenis soal tersebut. Semua siswa juga dapat menyelesaikan limit fungsi rasional yang kontinu, dengan implementasi definisi limit menuju tak hingga. Trayektori yang muncul dalam penyelesaian soal umumnya menggunakan strategi aljabar. Terdapat 1 siswa yang menggunakan intuisi. Semua siswa juga dapat menyelesaikan limit rasional yang diskontinu pada titik tertentu, dengan implementasi definisi limit menuju tak hingga. Trayektori yang muncul dalam penyelesaian soal umumnya menggunakan strategi aljabar.

DAFTAR PUSTAKA

Ahyar, H., Andriani, H., & Sukmana, D., J. (2020). *Metode Penelitian Kualitatif & Kuantitatif* (Issue Maret).

Aisyah, N. (2006). Pendekatan Pemecahan Masalah Matematika. In *Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar* (pp. 1–34).

Arnellis, Suherman, & Amalita, N. (2019). Implementasi Learning Trajectory Kalkulus Berbasis Realistic Mathematics Education untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematis Tingkat Tinggi Siswa SMA Kota Padang. *Jurnal Menara Ilmu*, *XIII*(6), 11–18.

Caifen, W., Hailun, F., & Rongrong, C. (2018). The Research on Graduate Students' Understanding of Three Basic Limit Concepts. *American Journal of Education and Learning*, *3*(2), 100–107. https://doi.org/10.20448/804.3.2.100.107

Catarreira, S., M., V., Lopes, V., G., Garcia, L., M., C., & Gonzalez, R., L. (2017). Evaluation of Changes in Cognitive Structures after the Learning Process in Mathematics. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, *25*(2), 17–33.

Clements, D., H. (2011). Learning Trajectories: Foundations for Effective, Research-Based Education. *PME-NA 2011*, 365–372.

Juter, K. (2006). Limits of functions : Students solving tasks. *Australian Senior Mathematics Journal*, *20*(1), 15–30.

Juter, K. (2007). Students' Consept Development of Limits. *CERME Journal*, *5*(5), 2320–2329.

Loc, N., P., Tong, D., H., & Duy, V., K. (2019). Using The Information Processing Theory Into Teaching Mathematics: A Case Study Of "Vector"Concept. *International Journal of Scientific & Technology Research*, *8*(09), 1612–1616.

Manullang, S., Kristianto, A., Hutapea, T., A., Sinaga, L., P., Sinaga, B., Marianus, M., & Sinambela, P., N. (2017). *Buku Guru Matematika* (A. Lukito, M. Darwis, Turmudi, & N. Priatna (eds.); Edisi Revi). Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan RI.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Key Curriculum Press.

Nurdiyanto, T., Rafida, I., & Zulkardi. (2019). Penerapan Model Generative Learning untuk Meningkatkan Hasil Belajar Peserta Didik pada Materi Limit Kelas XI MIPA 1 SMA Negeri 2 Palembang. *Lentera Sriwijaya: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, *1*(1), 38–54.

Pulungan, S. (2018). *Analisis Kemampuan Kognitif Siswa pada Materi Limit Fungsi di Kelas XI SMK Al-Hasanahsibuhuan*. Institut Agama Islam Negeri Padangsidimpuan.

Varberg, D., Purcell, E., & Rigdon, S. (2010). *Kalkulus (Edisi kesembilan Jilid 1)*. Erlangga.

Widada, W. (2016). Profile of Cognitive Structure of Students in Understanding the Consept of Real Analysis. *Journal of Mathematics Education*, *5*(2), 83–98. https://doi.org/10.22460/infinity.v5i2.215

Cognitive Structure Trajectory in Developing Limit Consept Learning in Senior High School

ORIGINALITY REPORT

15%	14%	7%	5%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	repo-dosen.ulm.ac.id Internet Source	2%
2	zombiedoc.com Internet Source	1%
3	idoc.pub Internet Source	1%
4	journal.staihubbulwathan.id Internet Source	1%
5	text-id.123dok.com Internet Source	1%
6	vaskoedo.wordpress.com Internet Source	1%
7	Submitted to Universitas Negeri Jakarta Student Paper	1%
8	www.journal.staihubbulwathan.id Internet Source	1%
9	ejournal.unesa.ac.id Internet Source	1%

10	www.slideshare.net Internet Source	1 %
11	id.scribd.com Internet Source	1 %
12	repository.upi.edu Internet Source	<1 %
13	jurnal.uns.ac.id Internet Source	<1 %
14	dokumen.pub Internet Source	<1 %
15	es.scribd.com Internet Source	<1 %
16	core.ac.uk Internet Source	<1 %
17	doaj.org Internet Source	<1 %
18	docplayer.info Internet Source	<1 %
19	eprints.radenfatah.ac.id Internet Source	<1 %
20	jurnal.fkip.unila.ac.id Internet Source	<1 %
21	jurnal.fkip.uns.ac.id Internet Source	<1 %

22	ml.scribd.com Internet Source	<1%
23	repository.uin-suska.ac.id Internet Source	<1%
24	www.yumpu.com Internet Source	<1%
25	Tri Warsiati. "IMPLEMENTASI MANAJEMEN LINGKUNGAN DALAM MEWUJUDKAN SEKOLAH ADIWIYATA", SOSIOHUMANIORA: Jurnal Ilmiah Ilmu Sosial dan Humaniora, 2018 Publication	<1%
26	Besselink, William Allan. "Data Modeling of Cognitive Structure in Physiotherapy Students Learning Gross Anatomy", Walden University Publication	<1%

Exclude quotes	Off	Exclude matches	Off
Exclude bibliography	On		